

計測コラム emm71 号用

波形と FFT - 9

今号はウィンドウ関数を取り上げます。前号のバンドパスフィルターの続編になります。前号の図 7-6 (http://www.onosokki.co.jp/HP-WK/eMM_back/emm70add.pdf) を参考ください。

なお、ウィンドウ関数に関して詳しく解説した文献がありますので、ご紹介しておきます。

デジタルフーリエ解析 () - 基礎編 - 城戸健一著 日本音響学会編 コロナ社発行
http://www.coronasha.co.jp/np/detail.do?goods_id=2227

また、小野測器技術レポート「FFT アナライザについて」の“7 章 FFT と時間窓”に上記参考文献より引用した参考資料がありますので参照下さい。

http://www.onosokki.co.jp/HP-WK/c_support/newreport/analyzer/FFT4/fft_11.htm

7-5 . ウィンドウ関数 (窓関数)

FFT で処理するデータの時間長 T は周波数レンジとサンプル点数の設定で決まっています。観測波形に含まれる色々な周波数成分はこの T と無関係のため、波形の切り取り初めと終わりが連続的になることはないでしょう。サンプルされ 2048 点に切り取られたデータは、ちょうど車の窓で切り取られた景色と同じです。FFT では切り取られた波形が周期的に繰り返すと仮定しています。2048 点の切り出しのときに、2048 点サンプリングの最初の部分と最後の部分が次第にゼロになるように重み付けをすることで不連続をなくして滑らかにつなぐことにより、【リーケージエラー(もれ誤差)】をおさえることができます。この重み付けはいろいろ提案されていてウィンドウ関数(窓関数)といわれています。このイメージを図 7-7 に示します。この重み付け効果は前号でお話したバンドパスフィルターの形、用語で言うとウィンドウ関数の【メインローブ】と【サイドローブ】の形に現れます。

参考資料 : 「メインローブとサイドローブ、【等価信号帯域幅】」

http://www.onosokki.co.jp/HP-WK/c_support/newreport/analyzer/FFT4/fft_10.htm#mark6

【等価信号帯域幅】は、FFT した場合の計算上の周波数帯域幅であり、周波数分離性を表します。前号でバンドパスフィルターが多数並んだものと説明しました。バンドパスフィルターのバンド幅は、等価信号帯域幅で代表され、バンドパスフィルターのパワーに相当します。また、 f_0 （周波数分解能）は、 $f_0 = 1/T$ のことで、X 軸は nf_0 ($n=0 \sim N$) の周波数離散点で表されることを以前説明しました。レクタンギュラウインドウでは f_0 と同じ $1/T$ になります。今回は周波数分離性とバンド幅に注目し、説明の都合上、【等価信号帯域幅】を「バンド幅 f 」と記して説明します。

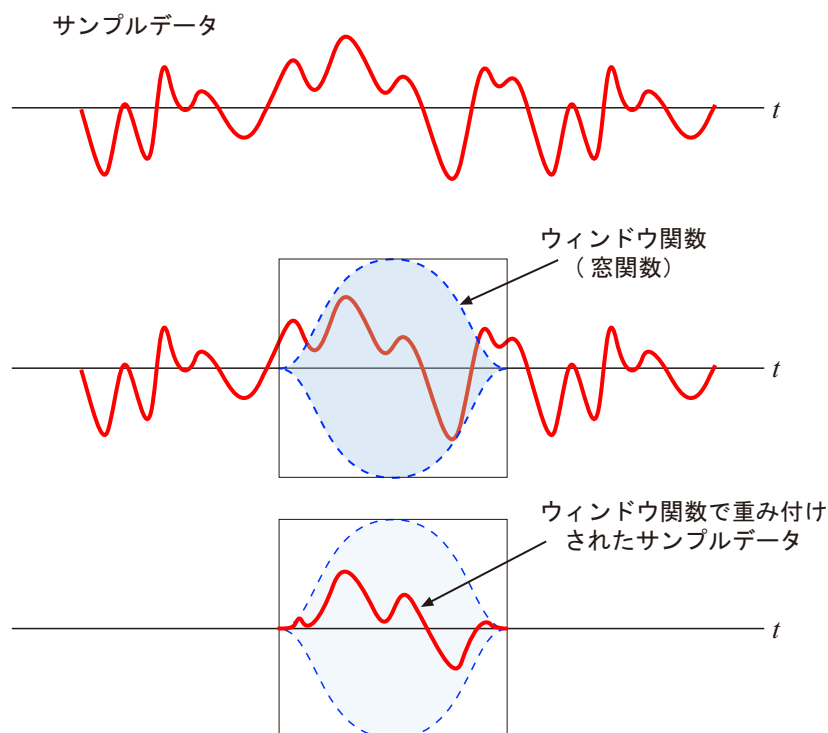


図 7-7 ウインドウ関数

DS-0221 汎用 FFT 解析ソフトではウインドウ関数として【レクタンギュラウインドウ】、【ハニングウインドウ】、【フラットトップウインドウ】が使えます。

(1) レクタンギュラウインドウ

レクタンギュラウインドウはフラットな重み（サンプルデータのまま）になります。バンド幅 f は周波数分解能 f_0 と同じになり、他のウインドウ関数より狭く、周波数の分離能力が良いウインドウ関数となります。ゼロから始まりゼロで終わる打撃試験などの衝撃波形や、FFT アナライザ内蔵の信号出力を使った試験では FFT する時間の長さ T が信号周期に同期（周期の整数倍になっている）しているので、このような場合に使用されます。信号周期に同期した時間長にサンプルできない場合は図 7-10 のように【サイドローブ】が大きくなります。図 7-10 の 502Hz の例で、もし解析信号に 502Hz とその他の周波数成分がある場合、その他の周波数成分が小さいと、このサイドローブに埋もれてしまう可能性があります。

(2) ハニングウインドウ

ハニングウインドウはサンプリングされたデータに図 7-8 のような形の重み付けとなります。この重み付けをするとこのままではパワーが小さくなります。当社 FFT アナライザでは正弦波の振幅がそのまま直読できるようにこの減衰分を正規化して表示しています。正規化したメインローブが前号図 7-6 のバンドパスフィルターになります。また参考資料より正規化することでバンド幅(パワー)は f の $3/2$ 倍(全体のパワーはレクタングラウインドウの場合の $3/2$ 倍)になります。わかりにくくなりましたがバンド幅はバンドパスフィルターの形の違いと理解してください。ハニングウインドウではサイドローブがレクタングラウインドウに比べ小さくなります。ランダムな信号や一般的な連続波形の場合はこのウインドウ関数がよく使用されます。インパルスハンマの打撃波形の場合、衝撃波形が最初の位置にくと衝撃波形がハニングウインドウの重み付けのため減衰してしまうので、重み付けの影響の無いレクタングラウインドウが使われることとなります。ハニングウインドウは次のフラットトップウインドウとレクタングラウインドウとの中間的な性質を持ったウインドウ関数といえます。

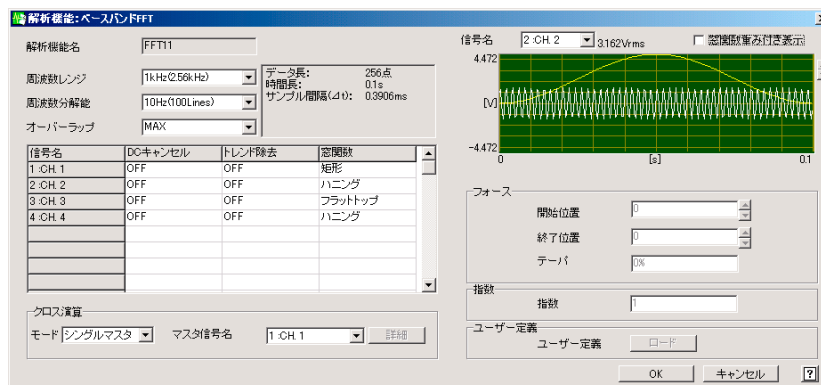


図 7-8-1 ハニングウインドウ関数と信号

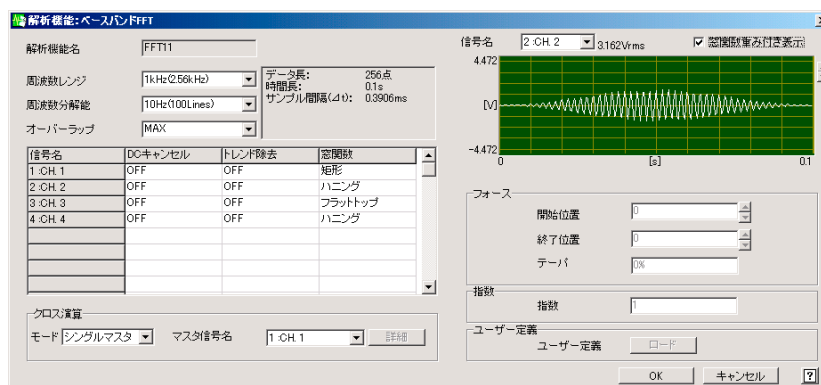


図 7-8-2 ハニングウインドウ関数がかかった信号

(3) フラットトップウインドウ

フラットトップウインドウは振幅をより正しく読むために提案されたウインドウです。ハニングウインドウよりも、サンプルの最初と最後部分をゼロにする部分を広くした重みとなっていて、バンド幅は f の約 3.67 倍になります (図 7-9)。周波数分離性は他のウインドウのほうがよいのですが、信号が周波数分解能の狭間の周波数では他のウインドウでは実際より小さい振幅表示になりますが、フラットトップウインドウではバンド幅が広い分より正確に読めます。これは参考文献の著者城戸先生より提案されたウインドウ関数です。

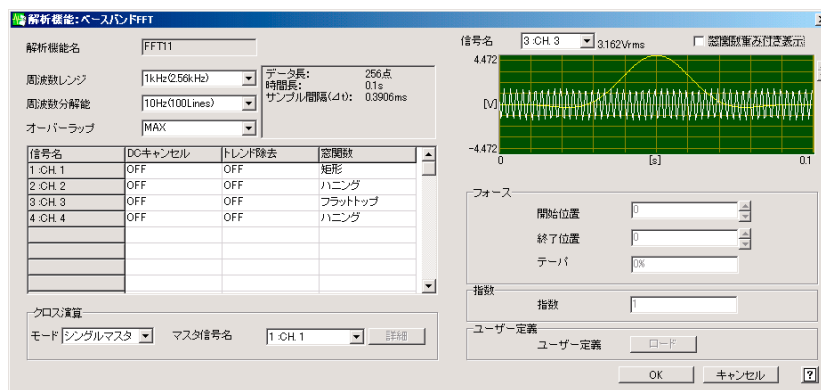


図 7-9-1 フラットトップウインドウと信号

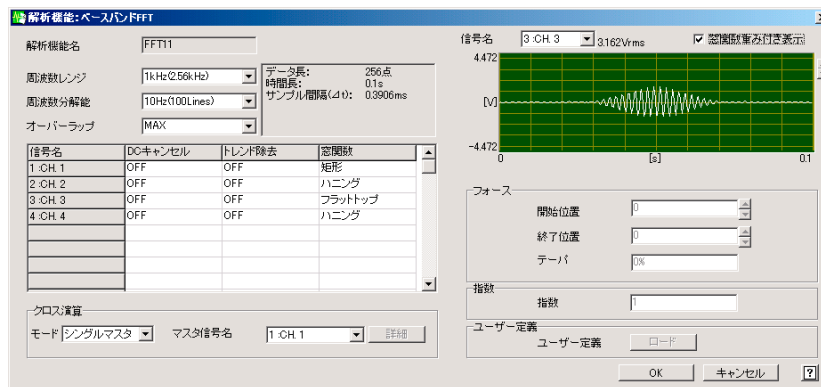


図 7-9-2 フラットトップウインドウ関数がかかった信号

ウインドウの種類によりバンドパスフィルターの形が変わりますから、周波数分離性とスペクトル値に違いが生じます。その程度は入力信号の周波数分布により変わりますが、ピーク値の振幅をより正しく読むためにはフラットトップで測定します。インパルス波形のように時間長 T の中におさまる波形ではレクタングラウインドウ、そうでない波形はハニングウインドウを使います。また振幅に注目する場合はフラットトップを使うなど、測定目的によってウインドウを使いわけ分析することができます。一般的にはハニングウインドウを使うと周波数分離性、振幅ともに無難な測定を行うことができます。

(4) メインローブとサイドローブ

図 7-10 は周波数レンジ 1kHz、サンプル数 256 に周波数分解能を荒く設定し、信号として振幅 1Vrms (0dBVr) sin 波、周波数を 500Hz と 502Hz を入力し、ウインドウ関数を変えて FFT したものを並べてみました。

500Hz の場合はこの周期にあった時間長 T でサンプルができますので、サイドローブは小さいですが、502Hz はそのようにサンプルができませんのでサイドローブが大きくなっています。またこのときの振幅値の読み取りはウインドウ関数により違いがあらわれます。

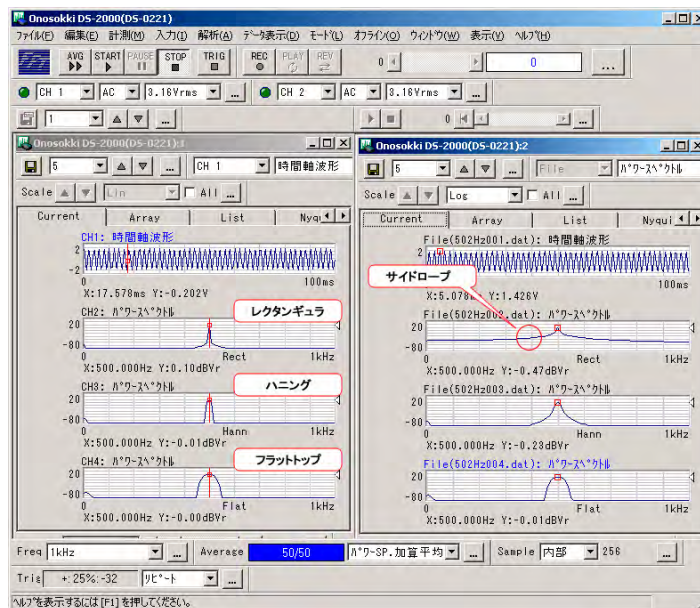


図 7-10 ウインドウの特徴

左列：500Hz の sin 信号 右列：502Hz の sin 信号

上より時間波形、レクタングュラウインドウ、ハニングウインドウ、フラットトップウインドウ

<ポイント>

FFT アナライザでは、サンプリングするときアンチエイリアシングフィルタがかかること、パワースペクトルではウインドウ関数がかけて処理されていることを考慮し分析します。一般的に衝撃波形はレクタングュラウインドウ、連続信号はハニングウインドウを使い、ピーク値の振幅レベルを正確に測定するためにはフラットトップウインドウを使います。