
計測コラム emm230 号用

計測に関するよくある質問から

- 第 41 回 「FFTと周波数分解能」 -

当計測コラムでは、当社お客様相談室によくお問い合わせいただきご質問をとりあげ、回答内容をご紹介します。

FFT 解析（フーリエ解析）では、時間軸波形をある長さに切り出し、切り出した時間軸波形をフーリエ変換してフーリエ級数を求めます。得られたフーリエ級数を周波数軸に並べたものがフーリエスペクトルです。

●FFT 時間長と周波数分解能

FFT 解析のために切り出した時間波形の長さ（FFT 時間長 [秒]）、周波数分解能 [Hz]と FFT 解析の周波数レンジ、サンプル点数の関係は次の通りです。

$$\text{ライン数 [点]} = \text{サンプル点数 [点]} \div 2.56$$

$$\text{周波数分解能 [Hz]} = \text{周波数レンジ [Hz]} \div \text{ライン数 [点]}$$

$$\text{FFT 時間長 [秒]} = 1 \div \text{周波数分解能 [Hz]}$$

周波数レンジ 8 kHz、サンプル点数 2048 点の場合、ライン数は 800 点、FFT 時間長は 0.1 秒、周波数分解能は 10 Hz になります。1 回の FFT には長さ 0.1 秒の時間波形が使われます。FFT 解析をおこなうと 10 Hz ごとのスペクトルの値が得られます。10 Hz より細かい間隔での周波数成分の値、たとえば 995 Hz 成分や 1001 Hz 成分などは求まりません。

●周波数分解能にのらない信号のスペクトル

振幅が 1 V、周波数が 1 kHz の正弦波を、周波数レンジ 8 kHz、サンプル点数 2048 点の条件で FFT 解析して得られたスペクトルの 1 kHz 成分の値は 1 V になります。

周波数分解能にのらない周波数の信号を FFT 解析するとどのようなスペクトルが得られるかは、使用する窓関数に依存します。

ハニング窓を使用して、振幅が 1 V、周波数が 995 Hz の正弦波を、周波数レンジ 8 kHz、サンプル点数 2048 点の条件で FFT 解析すると 990 Hz 成分と 1 kHz 成分の値がそれぞれ約 0.85 V になります。周波数分解能 (10 Hz) にのらない周波数の信号の振幅は、その前後の周波数成分に分割されてしまいます。

●周波数分解能にのらない信号のスペクトルの実測例

振幅 1 の正弦波の周波数を 990 Hz から 1010 Hz まで変化させて FFT 解析をおこなった結果の 980 Hz ~ 1020 Hz までの成分の値 表 1 に示します。二乗和の値はこれら 5 つの成分の二乗和です。また二乗和の平方根の値も示しています。窓関数はハニング窓を使用しました。

表 1 正弦波 (990 ~ 1010 Hz) の FFT 解析結果

正弦波周波数	980 Hz 成分	990 Hz 成分	1000 Hz 成分	1010 Hz 成分	1020 Hz 成分	二乗和	二乗和の平方根
990 Hz	0.500	1.000	0.500	0.000	0.000	1.500	1.225
991 Hz	0.430	0.994	0.571	0.018	0.004	1.500	1.225
992 Hz	0.352	0.974	0.652	0.047	0.010	1.500	1.225
993 Hz	0.289	0.945	0.719	0.079	0.015	1.499	1.225
994 Hz	0.222	0.898	0.792	0.124	0.021	1.499	1.224
995 Hz	0.170	0.849	0.849	0.170	0.024	1.499	1.224
996 Hz	0.124	0.792	0.898	0.222	0.026	1.500	1.225
997 Hz	0.079	0.719	0.944	0.289	0.026	1.500	1.225
998 Hz	0.047	0.652	0.974	0.352	0.022	1.500	1.225
999 Hz	0.018	0.571	0.994	0.430	0.013	1.500	1.225
1000 Hz	0.000	0.500	1.000	0.500	0.000	1.500	1.225
1001 Hz	0.014	0.426	0.994	0.575	0.020	1.500	1.225
1002 Hz	0.022	0.354	0.975	0.650	0.046	1.500	1.225
1003 Hz	0.026	0.287	0.943	0.721	0.080	1.500	1.225
1004 Hz	0.027	0.225	0.901	0.788	0.121	1.500	1.225
1005 Hz	0.024	0.170	0.849	0.849	0.170	1.499	1.225
1006 Hz	0.020	0.121	0.788	0.901	0.225	1.499	1.224
1007 Hz	0.015	0.080	0.721	0.943	0.287	1.499	1.225
1008 Hz	0.010	0.046	0.650	0.975	0.354	1.500	1.225
1009 Hz	0.005	0.020	0.575	0.994	0.426	1.500	1.225
1010 Hz	0.000	0.000	0.500	1.000	0.500	1.500	1.225

1000 Hz の正弦波の 1000 Hz 成分を見るとその振幅は 1 であり、正弦波の振幅を正しく示しています。990 Hz 成分と 1010 Hz 成分は 0.5 です。これはハニング窓の影響でスペクトルが横に広がっているためです。980 Hz～1020 Hz 成分の二乗和は 1.5 です。これもハニング窓を使用したために横に広がったためです。この 1.5 はスペクトルが横に広がる度合いを示す値で等価ノイズ帯域幅といいます。

995 Hz の正弦波の 990 Hz 成分と 1000 Hz 成分は 0.849 を示しています。これは 995 Hz の正弦波の大きさが前後の周波数成分にわけられたためです。スペクトルのピーク値をみると本来の振幅より小さくなります。その割合は最悪で 0.849 倍、-1.42 dB です。スペクトルがピークとなる周波数は最大で周波数分解能の半分、5 Hz ずれることになります。

周波数分解能 (10 Hz) の整数倍ではない周波数の正弦波についてもその成分の大きさは前後の成分にわけられ 1 より小さくなります。ただ、前後 5 成分の二乗和は 1.5 になっています。これを等価ノイズ帯域幅 (1.5) で割ってから平方根をとると正弦波の正確な振幅 (1) が得られます。

●まとめ

今回は正弦波をハニング窓関数を使用して FFT 解析 (フーリエ解析) した結果をご紹介しました。FFT 解析では周波数分解能ごとのスペクトルが得られるため、正弦波の周波数が周波数分解能の整数倍でない場合は、その振幅は前後の周波数成分にわかれ小さめの値になります。正確な値を求める場合は、周波数分解能が細くなる設定に変更するなどが必要です。

(YK)