

計測に関するよくある質問から
- 第 8 回 パーシャルオーバーオール の計算方法 -

当計測コラムでは、当社お客様相談室によくお問い合わせいただきご質問をとりあげ、回答内容をご紹介します。今回は FFT 解析により得られたパワースペクトルからオーバーオール (OA)、パーシャルオーバーオール (POA) を計算する方法をご紹介します。

オーバーオール (OA) は分析周波数レンジまでのパワー値 (2 乗値) の総和 (オーバーオール) です。総和をとる周波数範囲を限定し、その範囲の総和を求めた値をパーシャルオーバーオール (POA) と呼びます。

●オーバーオール (OA) とパーシャルオーバーオール (POA) の計算

オーバーオール (OA) は式 (1) で求める事ができます。この式で得られるオーバーオール (OA) の値は物理値の 2 乗値です。オーバーオール値を 2 乗値ではなく物理値で表示したい場合は式 (1) の結果の平方根をとってください。

$$OA = \left[P_{DC} + \sum_{i=1}^N P_i \right] \times H_f \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで:

- P_{DC} : DC 成分 (0 Hz 成分) のパワー値 (2 乗値)
- P_i : i 番目のパワースペクトルの値 (実効値、2 乗値)
- N : パワースペクトルの個数 (ライン数)
- H_f: : ウィンドウ (窓関数) の補正值

パーシャルオーバーオール (POA) は総和を求める範囲を限定したオーバーオールです。式 (1) で加算する範囲 (かぎ括弧内) を変えた式で計算できます。

ウィンドウ (窓関数) ごとの補正值 H_f の値を表 1 に示します。なお、フラットトップ (※) の補正值は当社 DS-2000/DS-3000 シリーズデータステーション、CF-5200/CF-7200/CF-9000/CF-4500/CF-4700 FFT アナライザのものです。当社の旧製品 (CF-350/CF-360 FFT アナライザ等) ではフラットトップ窓関数の形状が異なるため、補正值も異なります。また、他社製品では当社とは異なる形状のフラットトップ窓関数が使われている可能性があり、その場合は補正值も異なります。

表1 OA・POAを求める際のウィンドウ（窓関数）の補正值

ウィンドウ（窓関数）	補正值
レクタングュラ（矩形窓）	1
ハニング	$2/3 = \text{約 } 0.6667$
フラットトップ（※）	$1/3.6714416356 = \text{約 } 0.2724$
フォース	1
指数	1

●加速度パワースペクトルからのオーバーオールの算出

FFTアナライザで解析した加速度パワースペクトルをエクセルに読み込んだ例を表2に示します。周波数レンジ（C6セル）は10000 Hz、サンプル点数（B7セル）は1024点ですので、周波数分解能は25 Hzになります。A17～A417セルが周波数の値で0 Hzから10 kHzまで25 Hzおきの値が並んでいます。

Y軸スケール（B14セル）がLinになっていますので、これはY軸スケールをLinに設定して計測したデータで、B17～B417セルの値は各周波数成分の物理値（加速度値）です。Y軸スケールがMagLogになっているデータはY軸スケールをLog/MagLogに設定して計測したデータで、この場合もB17～B417セルの値は各周波数成分の物理値（加速度値）です。

D17～D417セル、D421セル、B421セルに表2のような数式を入力するとB421セルにオーバーオール（OA）の物理量（加速度値）が表示されます。D17～D417セルには各周波数成分の物理値の2乗を求める式が入力されています。B421セルには"SQRT（D421/1.5）"という数式が入力されていますが、この1.5で割っているのがハニング窓関数の補正值（2/3）をかける処理に相当します。D421セルには"SUM（D17:D417）"という数式が入力されていますがこの式の総和を求める範囲を変更すればパーシャルオーバーオール（POA）を求める事ができます。

Y軸 Magnitude（B16セル）がrmsになっていますのでB17～B417セルの値は実効値（RMS値）です。そのため、上記の方法で求めたオーバーオール（OA）、パーシャルオーバーオール（POA）の値も実効値（RMS値）です。

C16～C17セルにPSD、ESD、V2と表示されているデータは、PSD（パワースペクトル密度）、ESD（エネルギースペクトル密度）、V2（物理値の2乗値での表示）等を設定して計測したデータです。記録されるデータが異なるので、本節で紹介した計算方法を一部変更しないと計算はできません。

表 2 加速度パワースペクトルからのオーバーオールの算出例

	A	B	C	D	E
1	Label:	CH2: パワースペクトル			
2	DateTime:	Mon Jun 20 17:55:25 2016			
3	DataKind:	CH2	PowerSpec	Mag	
4	DataPoints:	402	Filter:	FLAT	
5	DataCalc:				
6	Frequency:	0	10000	Hz	
7	Sample:	1024	Internal		
8	Average:	0	Power/Sum		
9	Voltage (CH2) :	-10	dBVrms		
10	EU/V (CH2) :	1.00E+03	0dBRef. (CH2) :	1.00E+00	
11	Window (CH2) :	Hann			
12	X-AxisScale:	Lin			
13	X-AxisUnit:	Hz			
14	Y-AxisScale:	Lin			
15	Y-AxisUnit:	m/s ²			
16	Y-AxisMagnitude:	rms		物理量 2 乗値	セルの数式
17	0.0	0.4217		0.177858442	=B17*B17
18	25.0	0.9046		0.818217277	=B18*B18
19	50.0	0.5663		0.320670754	=B19*B19
20	75.0	0.2481		0.06155948	=B20*B20
...	...				
414	9925.0	0.0489		0.002388137	=B414*B414
415	9950.0	0.0255		0.000652105	=B415*B415
416	9975.0	0.0547		0.002996523	=B416*B416
417	10000.0	0.0501		0.002509365	=B417*B417
418	OVERALL	17.9163			
419					
420		オーバーオール値		物理量 2 乗値の総和	
421		17.91631297		481.4914056	
422		=SQRT (D421/1.5)		=SUM (D17:D417)	

なお、表 2 の内容は https://www.onosokki.co.jp/HP-WK/eMM_back/emm179-lin.xls からダウンロードいただけます。

●音圧レベルスペクトルからのオーバーオールの算出

FFT アナライザで解析した音圧レベルのパワースペクトルをエクセルに読み込んだ例を表 3 に示します。周波数レンジ (C6 セル) は 10000 Hz、サンプル点数 (B7 セル) は 1024 点ですので、周波数分解能は 25 Hz になります。A17 ~ A417 セルが周波数の値で 0 Hz から 10 kHz まで 25 Hz おきの値が並んでいます。

Y 軸スケール (B14 セル) が Log になっていますので、これは Y 軸スケールを Log に設定して計測したデータで、B17 ~ B417 セルの値は各周波数成分のデシベル値 (音圧レベル値) です。

D17 ~ D417 セル、D421 セル、B421 セルに表 3 のような数式を入力すると、B421 セルにオーバーオール (OA) のデシベル値 (音圧レベル値) が表示されます。D17 ~ D417 セルには各周波数成分のデシベル値から、音圧 2 乗値を求める式が入力されています。B421 セルには "10*LOG10 (D421/1.5) " という数式が入力されていますが、この 1.5 で割っているのがハニング窓関数の補正值 (2/3) をかける処理で、"10*LOG10" が音圧 2 乗値をデシベル値に変換する処理です。D421 セルには "SUM (D17:D417) " という数式が入力されていますが、この式の総和を求める範囲を変更すればパーシャルオーバーオール (POA) を求める事ができます。

Y 軸 Magnitude (B16 セル) が rms になっていますので B17 ~ B417 セルの値は実効値 (RMS 値) です。そのため、上記の方法で求めたオーバーオール (OA)、パーシャルオーバーオール (POA) の値も実効値 (RMS 値) です。

C16 ~ C17 セルに PSD、ESD、V2 と表示されているデータは、PSD (パワースペクトル密度)、ESD (エネルギースペクトル密度) 等を設定して計測したデータです。記録されるデータが異なるので、本節で紹介した計算方法を一部変更しないと計算はできません。

なお、表 3 の内容は https://www.onosokki.co.jp/HP-WK/eMM_back/emm179-log.xls からダウンロードいただけます。

表3 音圧レベルスペクトルからのオーバーオールの算出例

	A	B	C	D	E
1	Label:	CH1: パワースペクトル			
2	DateTime:	Mon Jun 20 17:55:25 2016			
3	DataKind:	CH1	PowerSpec	Mag	
4	DataPoints:	402	Filter:	FLAT	
5	DataCalc:				
6	Frequency:	0	10000	Hz	
7	Sample:	1024	Internal		
8	Average:	0	Power/Sum		
9	Voltage (CH1) :	-30	dBVrms		
10	EU/V (CH1) :	3.98E+01	0dBRef. (CH1) :	2.00E-05	
11	Window (CH1) :	Hann			
12	X-AxisScale:	Lin			
13	X-AxisUnit:	Hz			
14	Y-AxisScale:	Log			
15	Y-AxisUnit:	Pa			
16	Y-AxisMagnitude:	rms		物理量 2 乗値	セルの数式
17	0.0	52.256		168096.9835	=10^ (B17/10)
18	25.0	50.504		112293.3427	=10^ (B18/10)
19	50.0	37.941		6224.698059	=10^ (B19/10)
20	75.0	35.992		3973.889804	=10^ (B20/10)
...	...				
414	9925.0	29.817		958.7666301	=10^ (B414/10)
415	9950.0	21.824		152.1842996	=10^ (B415/10)
416	9975.0	27.408		550.5741158	=10^ (B416/10)
417	10000.0	35.021		3177.875289	=10^ (B417/10)
418	OVERALL	75.045			
419					
420		オーバーオール値		物理量 2 乗値の総和	
421		75.04507623		47929056.75	
422		=10*LOG10 (D421/1.5)		=SUM (D17:D417)	

●ハニング窓関数補正值について

ハニング窓関数を使用して FFT 解析すると、窓関数の影響で各周波数成分やオーバーオール (OA) の値が変化してしまいます。そのため、FFT アナライザはその影響分を補正して各周波数成分やオーバーオール (OA) の値を表示しています。

ハニング窓関数は式 (2) で定義されます。

$$w(t) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\pi t)) \dots\dots\dots (2)$$

ハニング窓関数の平均値 \bar{w} 、2 乗平均値 $\overline{w^2}$ はそれぞれ式 (3)、式 (4) で求める事ができ、その値は 1/2、3/8 です。定常的な時間軸波形に窓関数をかけると、その時間軸波形の平均値は 1/2 になり、2 乗平均値は 3/8 になります。

$$\bar{w} = \int_0^1 w(t) dt = \int_0^1 \left(\frac{1}{2}(1 - \cos(2\pi t)) \right) dt = \frac{1}{2} \dots\dots\dots (3)$$

$$\overline{w^2} = \int_0^1 w(t)^2 dt = \int_0^1 \left(\frac{1}{2}(1 - \cos(2\pi t)) \right)^2 dt = \frac{3}{8} \dots\dots\dots (4)$$

窓関数かけたあとの時間軸波形をそのまま FFT (フーリエ変換) してしまうと、得られるパワースペクトルの振幅は 1/2 になってしまっていますので、パワースペクトルを振幅比で 2 倍 (パワー比で 4 倍) して振幅を補正します。

オーバーオール (OA) は 2 乗平均値ですので 3/8 になってしまっています。振幅の補正の際に 4 倍していますので、振幅補正後のパワースペクトルから求めたオーバーオール (OA) の値は、本来の値の $3/8 \times 4 = 3/2$ 倍になります。

このため、パワースペクトルからオーバーオール (OA) を求める場合は、スペクトルの各成分 (パワー値) を合計した結果に補正值 $H_f = 2/3$ をかけるという補正をおこないます。

オーバーオール補正值 H_f はハニング窓関数の平均値 \bar{w} 、2 乗平均値 $\overline{w^2}$ から式 (5) で求める事ができます。

$$H_f = \frac{(\bar{w})^2}{w^2} = \frac{(1/2)^2}{3/8} = \frac{2}{3} \dots\dots\dots (5)$$

なお、この補正をせずにオーバーオール（OA）、パーシャルオーバーオール（POA）を求めてしまうと、その値は本来の値よりパワー比で 1.5 倍、振幅比で約 1.225 倍大きくなってしまいます。デシベル値の場合は約 1.761 dB 大きくなります。

●フラットトップ窓関数補正值について

フラットトップ窓関数を使用して FFT 解析すると、窓関数の影響で各周波数成分やオーバーオール（OA）の値が変化してしまいます。そのため、FFT アナライザはその影響分を補正して各周波数成分やオーバーオール（OA）の値を表示しています。

当社製品で使用しているフラットトップ窓関数は式（6）で定義されます。

$$w(t) = \frac{1}{4.6} (1 - 1.894 \cos(2\pi t) + 1.26066 \cos(4\pi t) - 0.406 \cos(6\pi t) + 0.03934 \cos(8\pi t)) \dots\dots\dots (6)$$

$$(0 \leq t \leq 1)$$

フラットトップ窓関数の平均値 \bar{w} 、2 乗平均値 $\overline{w^2}$ はそれぞれ式（7）、式（8）で求める事ができ、その値は 1/4.6、3.6714416356/21.16 です。時間軸波形に窓関数をかけると、その時間軸波形の平均値は 1/4.6 になり、2 乗平均値は 3.6714416356 / 21.16 になります。

$$\bar{w} = \int_0^1 w(t) dt$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{1}{4.6} (1 - 1.894 \cos(2\pi t) + 1.26066 \cos(4\pi t) - 0.406 \cos(6\pi t) + 0.03934 \cos(8\pi t)) \right) dt \dots\dots\dots (7)$$

$$= \frac{1}{4.6}$$

$$\begin{aligned}
\overline{w^2} &= \int_0^1 w(t)^2 dt \\
&= \int_0^1 \left(\frac{1}{4.6} (1 - 1.894 \cos(2\pi t) + 1.26066 \cos(4\pi t) \right. \\
&\quad \left. - 0.406 \cos(6\pi t) + 0.03934 \cos(8\pi t)) \right)^2 dt \quad \dots\dots\dots (8) \\
&= \frac{3.6714416356}{21.16}
\end{aligned}$$

窓関数をかけたあとの時間軸波形をそのまま FFT (フーリエ変換) してしまうと、得られるパワースペクトルの振幅は 1/4.6 になってしまっていますので、パワースペクトルを振幅比で 4.6 倍 (パワー比で 21.16 倍) して振幅を補正します。

振幅補正後のパワースペクトルから求めたオーバーオール (OA) の値は本来の値からずれてしまいますので、補正值 $H_f = 1/3.6714416356$ を掛けるという補正をおこないます。

オーバーオール補正值 H_f はフラットトップ窓関数の平均値 \overline{w} 、2 乗平均値 $\overline{w^2}$ から式 (9) で求める事ができます。

$$H_f = \frac{(\overline{w})^2}{\overline{w^2}} = \frac{(1/4.6)^2}{3.6714416356/21.16} = \frac{1}{3.6714416356} \quad \dots\dots\dots (9)$$

なお、この補正をせずにオーバーオール (OA)、パーシャルオーバーオール (POA) を求めてしまうと、その値は本来の値よりパワー比で約 3.667 倍、振幅比で約 1.918 倍大きくなってしまいます。デシベル値の場合は約 5.655 dB 大きくなります。

●まとめ

今回は FFT 解析により得られたパワースペクトルからオーバーオール (OA)、パーシャルオーバーオール (POA) を計算する方法をご紹介しました。

オーバーオール (OA) は分析周波数レンジまでの、パーシャルオーバーオール (POA) は限定された周波数範囲のパワー値 (2 乗値) の総和です。ただ、そのまま計算してしまうと FFT 分析の際にかけた窓関数の影響で大きめの値になってしまいますので、窓関数の形状によって決まる補正值をかける必要があります。

以上
(YK)