

計測コラム emm109 号用

音の測定の基礎 - 第 19 回「残響理論と残響時間の測定」その 5
- 平均自由行路と Eyring の式の導出 -

前回は、 n 回反射までを含む室内の音響エネルギー密度、即ち、直接音と n 回までの反射音のエネルギー密度の合計として (1) 式を導き、(2) 式に示す平均自由行路を導くところまでお話ししました。

$$E_n = \frac{\frac{p}{c}W + \sum_{m=1}^n \frac{p}{c}W(1-\bar{\alpha})^m}{V} = \frac{pW}{cV\bar{\alpha}} \left[1 - (1-\bar{\alpha})^n \right] \dots\dots\dots (1)$$

$\bar{\alpha}$: 内装面の平均吸音率 V : 室容積 (m³)
 p : 平均自由行路 W : 音源の出力

(1) 式から、定常状態のエネルギー密度を $E_0 = pW/cV\bar{\alpha}$ と求め、Sabine の理論式の $E_0 = 4W/cS\alpha$ と等しくなることから、平均自由行路 p は ;

$$p = \frac{4V}{S} \dots\dots\dots (2)$$

と求まります。繰り返しますが、この平均自由行路は、反射 1 回当たりに音が伝搬する距離で、室形状にはよらず、室容積と総表面積で決まります。

今回は、残りのプロセスを完了させて、Eyring の残響式を導出します。

まず、 t 秒間に境界面で反射する回数を求めます。 t 秒間に音は ct [m] 伝搬し、反射 1 回当たり音が伝搬する距離が平均自由行路 p ですから、 ct を平均自由行路 p で割って、 ct/p となり、(2) 式より $ct/p = cS/4Vt$ と表せます。

定常状態で音源を停止してから t 秒後、すなわち $n = cSt/4V$ 回反射した後のエネルギー密度 E は、定常状態のエネルギー密度 E_0 から、先に求めた E_n (n 回分の反射音の合計エネルギー密度 + 直接音のエネルギー密度) を引いた値です。

E_n は、上記(1)式で示したように、 $E_n = E_0[1 - (1 - \alpha)^n]$ ですから、 n 回反射後の E は下の式(3)で求めることができます。

$$E = E_0 - E_0[1 - (1 - \alpha)^n] = E_0(1 - \alpha)^n \quad \dots\dots\dots (3)$$

この式は、反射回数 n で表した減衰の式といえます。

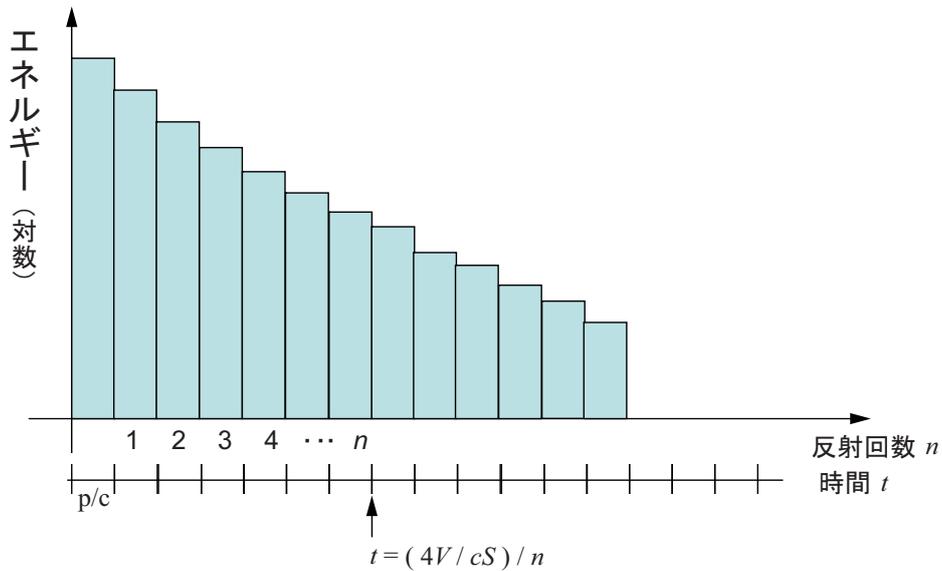


図1 Eyringの減衰過程

図1は、(3)式の減衰式を示したものです。

ここで、反射回数 n で表された減衰式を、時間 t の式に戻します。(3)式に、 $n = cSt/4V$ を代入し、 $E/E_0 = 10^{-6}$ となる $t = T$ を求めれば、この T が残響時間となります。

$$T = \frac{KV}{[-S \log_e(1 - \alpha)]} \quad \dots\dots\dots (4)$$

これが、Eyringの残響式です。定数 K は、Sabineの場合と同じ数字(気温20℃で0.161)となります。

ここまでは、室内の吸音要素として境界面における吸音だけを考えました。しかし、空気中を伝搬する音のエネルギーは、空気中の分子、特に水分子によって吸収されます（分子吸収）。ホールや大会議室など室の容積が大きくなると、この空気吸収による影響が無視できません。これを考慮するために、Knudsen は Eyring の残響式に補正を施しました。

$$T = \frac{KV}{[-S \log_e (1-\alpha) + 4mV]} \dots\dots\dots (5)$$

これを Knudsen-Eyring の残響公式といい、ホールなどの残響設計には、通常この公式を用いて、残響時間の計算を行います。 m は、空気による減衰率で、周波数、温度、湿度で異なりますが、設計では標準状態の 20℃、60%を想定し、以下の数値を用います。

1000Hz : 0.001、2000Hz : 0.002、4000Hz : 0.006
--

以上

(KI)